Lógica

Construção de Tabela Verdade

1. Tabela Verdade

- A tabela-verdade é uma ferramenta utilizada para determinar todos os valores lógicos (V ou F) possíveis para uma proposição composta com base nos valores lógicos atribuídos às proposições simples responsáveis por formar proposição composta.
- Exemplo: queremos determinar os valores lógicos da proposição composta (formada pelas proposições simples p , q e r): $\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
- O primeiro passo é listar todas as possibilidades que p , q e r . O número de linhas da tabela é 2^n (no caso $2^3=8$):

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

1. Tabela Verdade

- Para construir uma tabela verdade, precisamos determinar as seguintes expressões:
- Para determinar $\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$, precisamos obter $\sim (p \rightarrow \sim q)$ e $(\sim r \rightarrow q)$
- Para determinar $\sim (p \rightarrow \sim q)$, precisamos obter $(p \rightarrow \sim q)$
- Para determinar $(p \rightarrow \sim q)$, precisamos obter p e $\sim q$
- Para determinar $\sim q$, precisamos obter q
- Para determinar $(\sim r \rightarrow q)$, precisamos obter $\sim r$ e q
- Para determinar $\sim r$, precisamos obter r

1. Tabela Verdade

- Em seguida começamos a colocar os valores da esquerda para direita:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

1. Tabela Verdade

- Preenchendo as negações:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F				
V	V	F	F	V				
V	F	V	V	F				
V	F	F	V	V				
F	V	V	F	F				
F	V	F	F	V				
F	F	V	V	F				
F	F	F	V	V				

1. Tabela Verdade

- Obtenção de $(p \rightarrow \sim q)$ por meio das colunas p e $\sim q$. Observe que a condicional só será falsa quando p for verdadeiro e $\sim q$ for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F			
V	V	F	F	V	F			
V	F	V	V	F	V			
V	F	F	V	V	V			
F	V	V	F	F	V			
F	V	F	F	V	V			
F	F	V	V	F	V			
F	F	F	V	V	V			

1. Tabela Verdade

- E por fim preenchemos as demais colunas:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F

1. Tabela Verdade

(IBGE/2021) Considere a seguinte proposição P: Se produz as informações de que o Brasil necessita, o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas e justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados. Verifica-se que a quantidade de linhas da tabela-verdade da proposição P que apresentam valor lógico F é igual a

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

1. Tabela Verdade

- Podemos estruturar a proposição "P" em 3 proposições simples:

p: "O IBGE produz as informações de que o Brasil necessita."

a: "O IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas."

j: "O IBGE justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados."

A proposição P é uma condicional em que se omite o "então", podendo ser escrita como $p \rightarrow a \wedge j$.

$p \rightarrow a \wedge j$: "Se [produz as informações de que o Brasil necessita], [(o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas) e (justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados)]."

Temos um total de 3 proposições simples distintas. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é: $2^3 = 8$

1. Tabela Verdade

- Para determinar $p \rightarrow a \wedge j$, precisamos obter p e $a \wedge j$. Para determinar $a \wedge j$, precisamos obter a e j . Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V	V	
V	V	F	F	
V	F	V	F	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	F	F	
F	F	V	F	
F	F	F	F	

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Gabarito: 4, letra D

1. Tabela Verdade

(IFF/2018) Considerando-se que P e Q sejam proposições simples, a tabela a seguir mostra o início da construção da tabela verdade da proposição $P \vee [\sim(P \wedge Q)]$, em que $\sim X$ indica a negação da proposição X. Completando a tabela, se necessário, assinale a opção que mostra, na ordem em que estão, os elementos da coluna referente à proposição $P \vee [\sim(P \wedge Q)]$.

a) F / V / V / F

b) V / F / F / F

c) V / V / F / F

d) F / V / F / F

e) V / V / V / V

P	Q				$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

1. Tabela Verdade

- Montando a tabela verdade, verificamos que o gabarito é letra D

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee [\sim(P \wedge Q)]$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

2. Tautologia, Contradição e Contingência

- **Tautologia** é uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro. A **Contradição** é uma proposição cujo valor lógico é sempre falso, e a **Contingência** é uma proposição cujos valores lógicos podem ser tanto V quanto F, dependendo das proposições simples que a compõem.
- Como exemplo, a proposição $p \vee \sim p$ ("p" ou "não p") é uma tautologia. Enquanto isso, a proposição $p \wedge \sim p$ ("p" e "não p") é uma contradição. Observe a tabela verdade:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	V	F
F	V	V	F

2. Tautologia, Contradição e Contingência

- Quando duas proposições sempre possuem valores lógicos iguais, dizemos que as proposições são equivalentes. A representação da equivalência é dada utilizando o símbolo " $\equiv$ " ou " $\Leftrightarrow$ ".
- A tautologia pode ser representada por uma proposição genérica de símbolo "T" ou pela letra t. Desta forma: $p \vee \sim p \equiv t$. Mas também podemos representar com o valor lógico V: $p \vee \sim p \equiv V$
- De modo análogo, a contradição é representada pelo símbolo " $\perp$ " ou pela letra c. Como podemos observar no exemplo: $p \wedge \sim p \equiv c$. Informalmente, podemos representar com F: $p \wedge \sim p \equiv F$
- Cuidado, podemos utilizar a letra 't' para representar uma proposição simples. Quando é tautologia, deverá ser estabelecido de forma bem clara.

2. Tautologia, Contradição e Contingência

- As tautologias e as contradições nem sempre são fáceis de se identificar. Para descobrirmos se uma proposição composta é uma tautologia ou contradição, podemos utilizar 3 métodos:

1. **Tabela-verdade:** se a proposição composta final for sempre verdadeira ou falsa, ela é uma tautologia ou contradição;

2. **Absurdo:** tentar aplicar o valor lógico falso à proposição. Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa, e vice-versa.

3. **Equivalências Lógicas/Álgebra de proposições:** desenvolver a expressão por equivalências lógicas ou álgebra de proposições e chegar na tautologia ou contradição.

3. Método da Tabela Verdade

- Vamos analisar como demonstrar se uma proposição composta é tautologia utilizando o método da tabela verdade. Como exemplo, queremos saber se $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ é tautologia:
- Após fazer a tabela verdade, podemos concluir que é uma tautologia, pois o valor lógico sempre é verdadeiro.

p	q	r	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

3. Método da Tabela Verdade

(EMAP/2018) Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação. Se P e Q são proposições simples, então a proposição $[P \rightarrow Q] \wedge P$ é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de $[P \rightarrow Q] \wedge P$ será sempre V.

3. Método da Tabela Verdade

(EMAP/2018) Julgue o seguinte item, relativo à lógica proposicional e à lógica de argumentação. Se P e Q são proposições simples, então a proposição $[P \rightarrow Q] \wedge P$ é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de $[P \rightarrow Q] \wedge P$ será sempre V.

P	Q	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge P$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

O item é **FALSO** – Apenas uma linha da tabela é V, todo o restante é F

3. Método da Tabela Verdade

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta $Q \vee (Q \rightarrow P)$ é uma tautologia.

3. Método da Tabela Verdade

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta $Q \vee (Q \rightarrow P)$ é uma tautologia.

P	Q	$Q \rightarrow P$	$Q \vee (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

O item é **VERDADEIRO**– Todas as linhas são V

3. Método da Tautologia por Absurdo

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta $Q \vee (Q \rightarrow P)$ é uma tautologia.

- Para tentar provar que a expressão é uma tautologia, vamos verificar se ela pode ser falsa.
- Note que, se a disjunção inclusiva de Q com $(Q \rightarrow P)$ for falsa, necessariamente Q é falso e $(Q \rightarrow P)$ é falso.
- Note, porém, que para a condicional $(Q \rightarrow P)$ ser falsa, devemos ter o antecedente Q verdadeiro e o conseqüente P falso.
- Veja que acabamos de obter um absurdo, pois Q não pode ser falso e verdadeiro ao mesmo tempo. Isso significa que a proposição em questão nunca pode ser falsa. Trata-se, portanto, de uma tautologia.

3. Método da Tautologia por Absurdo

(PETROBRAS/2022) A proposição $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é sempre verdadeira, independentemente do valor-verdade das proposições p, q e r .

Dica para resolver por absurdo: Para saber se é tautologia, vamos verificar se a proposição pode ser falsa. Se sim, não se trata de uma tautologia. Se chegarmos a um absurdo, isso significa que a proposição é sempre verdadeira e, portanto, é uma tautologia.

Para a condicional $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ ser falsa, devemos ter $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ verdadeiro e $[r \rightarrow (p \vee q)]$ falso.0

3. Método da Tautologia por Absurdo

(PETROBRAS/2022) A proposição $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é sempre verdadeira, independentemente do valor-verdade das proposições p, q e r .

Para a condicional $[r \rightarrow (p \vee q)]$ ser falsa, devemos ter r verdadeiro e $(p \vee q)$ falso. Sabemos que para a disjunção inclusiva $(p \vee q)$ ser falsa, p e q devem ser falsos. Logo, r é V, p é F e q é F.

Agora, devemos verificar se o antecedente $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ é verdadeiro. Note que, com esses valores lógicos de r, p e q , temos:

$$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$$

$$[(F \rightarrow V) \wedge (F \rightarrow V)]$$

$$[(V) \wedge (V)]$$

$$[V]$$

Note, portanto, que para r verdadeiro, p é falso e q é falso, temos o antecedente $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ verdadeiro e o conseqüente $[r \rightarrow (p \vee q)]$ falso. Isso significa que a proposição pode ser falsa. Não é tautologia. Gabarito: FALSO

4. Implicação

- Podemos definir que uma proposição 'p' **implica** a proposição 'q' quando a condicional $p \rightarrow q$ é uma **tautologia**. A representação da afirmação "p implica q" é $p \Rightarrow q$.
- Desta forma, é importante entender que $p \rightarrow q$ é uma condicional com o **antecedente** 'p' e o **consequente** 'q'. Já $p \Rightarrow q$ significa "p implica q", isto é, significa afirmar que "a condicional $p \rightarrow q$ é uma tautologia".
- Apesar da lógica proposicional ter como objetivo ser o mais exato possível, é comum encontrarmos autores e questões que utilizam o símbolo de implicação " $\Rightarrow$ " como se fosse o símbolo da condicional " $\rightarrow$ ".
- Também é possível encontrar autores e questões que utilizam a expressão "p implica q" para se referir a uma condicional $p \rightarrow q$, sem que ela necessariamente seja uma tautologia.