Lógica

Conversão de Linguagem Natural em Linguagem Proposicional

1. Introdução

- A língua portuguesa (assim como inglês, espanhol, etc.) é considerada uma linguagem natural, onde existem diversas formas de se representar a mesma ideia. Isso faz com que ela seja **inexata**.
- Para estudos de lógica de proposicional é necessário converter a língua portuguesa (inexata) para a linguagem proposicional, que é **exata**.

- A representação matemática das proposições é dada por dois fundamentos:

1. Uso de letras para representar as proposições simples;
2. Uso de símbolos para representar os conectivos;

1. Introdução

- Como exemplo, vamos pensar na seguinte frase: Paulo é Palmeirense, por isso ele entende muito de futebol.
- Para transformar esta frase em linguagem Natural, podemos fazer a seguinte análise:

1. p: "Paulo é Palmeirense"
2. d: "Paulo entende muito de futebol"

- Note que a frase original pode ser descrita como condicional "**Se p, então d**", que pode ser representada matematicamente por $p \rightarrow d$.

- $p \rightarrow d$: "Se [Paulo é Palmeirense], então [Paulo entende muito de futebol]."

- Fazer esta conversão será o objetivo nesta aula.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- É comum nos depararmos com proposições compostas sem o devido uso dos parênteses para indicar a prioridade das operações. Isso pode gerar dúvidas para quem não conhece a precedência dos conectivos.

- Precedência é a ordem que as operações devem ser executadas. Por exemplo: na expressão $\sim p \rightarrow q \wedge r$

- Qual operação deve ser feita primeiro? A condicional ou a conjunção? E a negação, está negando a proposição composta inteira ou apenas p?

- Para responder estas questões, precisamos conhecer a precedência de cada tipo de conectivo.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- O ordem de precedência pode ser dada por:

1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível (~);
2. Conjunção (∧);
3. Disjunção inclusiva (∨);
4. Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$);
5. Condicional (→);
6. Bicondicional (<->)

- No exemplo anterior "~ p → q ∧ r ", a negação se refere exclusivamente a p. Em seguida, realiza-se a conjunção e, por último, a condicional. É como se a expressão fosse: (~ p) → (q ∧ r)

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Muitos autores utilizam vírgulas para indicar parênteses nas proposições. Vejamos o exemplo a seguir: "Se Paulo é engenheiro de software, então ele passou no vestibular, e hoje ele sabe programar".

- Se definirmos as proposições simples como segue:

1. p: "Paulo é engenheiro de software."
2. v: "Ele passou no vestibular."
3. s: "Hoje ele sabe programar."

- A proposição sugerida ficaria da seguinte forma: $(p \rightarrow v) \land s$

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Se não houvesse a segunda vírgula, a proposição composta seria: "Se Paulo é engenheiro de software, então ele passou no vestibular e hoje ele sabe programar".

- Nesse caso, deveríamos seguir a ordem de precedência para montar a proposição composta, de modo que a conjunção deveria ser realizada antes da condicional.

- O resultado seria o seguinte: $p \rightarrow (v \land s)$

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 1 - (Pref. Farroupilha/2018) Dada a proposição $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$. Indique o termo com maior prioridade.

a) $\neg q$

b) p

c) $p \wedge q$

d) $\rightarrow$

e) q

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 1 - (Pref. Farroupilha/2018) Dada a proposição $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$. Indique o termo com maior prioridade.

a) $\neg q$

b) p

c) $p \wedge q$

d) $\rightarrow$

e) q

Comentários:

Vimos que, na ordem de precedência, a negação apresenta a maior prioridade.

O gabarito, portanto, é letra A.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 2 - (CRA PR/2019) No que se refere à estrutura lógica, julgue o item. O valor-verdade da expressão lógica (2>3) <->(1<0)→(3≠4) é F.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 2 - (CRA PR/2019) No que se refere à estrutura lógica, julgue o item. O valor-verdade da expressão lógica $(2>3) <\!-\!> (1<0) \rightarrow (3 \neq 4)$ é F.

Comentários:

A condicional tem precedência em relação à bicondicional. Nesse caso, a expressão ficaria melhor representada desta forma:

$(2>3) <\!-\!> ((1<0) \rightarrow (3 \neq 4))$

$(F) <\!-\!> (F \rightarrow V)$

$F <\!-\!> (V)$

F

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 3 - (TCU/2004) Suponha que P represente a proposição “Hoje choveu”, Q represente a proposição “José foi à praia” e R represente a proposição “Maria foi ao comércio”. Com base nessas informações, julgue o item seguinte:

A sentença “Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia” pode ser corretamente representada por: $\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- “Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia” pode ser corretamente representada por: $\sim P \rightarrow (\sim R \land \sim Q)$

- Observe que a questão omitiu o "Se" da condicional apresentada, de modo que podemos entender a sentença original do seguinte modo: “Se hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia”

- A principal dúvida que surge na questão é se a sentença apresentada deve ser representada por $(\sim P \rightarrow \sim R) \land \sim Q$ ou por $\sim P \rightarrow (\sim R \land \sim Q)$.

- Como não há qualquer indicativo na frase original de que a condicional deve ser executada primeiro, devemos seguir a ordem de precedência dos conectivos, que nos diz que a conjunção "e" precede a condicional "se...então". Nesse caso, a representação correta é $\sim P \rightarrow (\sim R \land \sim Q)$.

- Gabarito está CERTO

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Caso a banca quisesse como resposta $(\sim P \rightarrow \sim R) \wedge \sim Q$, ela deveria dar um indicativo de que a condicional deveria ser executada antes. Esse indicativo poderia ser uma vírgula, conforme exemplificado a seguir:

- $(\sim P \rightarrow \sim R) \wedge \sim Q$: "(Se [hoje não choveu], então [Maria não foi ao comércio]), e (José não foi à praia)."

Gabarito: CERTO.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 4 - (EBSERH/2018) Considere as seguintes proposições: P: O paciente receberá alta; Q: O paciente receberá medicação; R: O paciente receberá visitas. Tendo como referência essas proposições, julgue o item a seguir, considerando que a notação ~S significa a negação da proposição S. A proposição $\sim P \rightarrow [Q \vee R]$ pode assim ser traduzida: Se o paciente receber alta, então ele não receberá medicação ou não receberá visitas.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- **Comentários**:

- Vamos montar a condicional ~P→(Q∨R) para ver se ela corresponde àquilo que o enunciado diz.

~ P: "O paciente não receberá alta"

Q∨R: "(O paciente receberá medicação) ou (o paciente receberá visitas)."

Assim, a condicional fica assim:

~P→(Q∨R): "Se [o paciente não receber alta], então [(o paciente receberá medicação) ou (o paciente receberá visitas)]"

Gabarito: Errado

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Exemplo 5 - (INSS/2016) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos. Dadas as proposições simples p: "Sou aposentado" e q: "Nunca faltei ao trabalho", a proposição composta "Se sou aposentado e nunca faltei ao trabalho, então não sou aposentado" deverá ser escrita na forma $(p \wedge q) \rightarrow \sim p$, usando-se os conectivos lógicos.

2. Precedência dos Conectivos e da Negação

- Perceba que o enunciado já nos dá as proposições p e q. A negação $\sim p$ é:

$\sim p$: "Não sou aposentado."

- A proposição composta apresenta o conectivo "Se...então". Logo, temos uma condicional. Vamos analisar melhor suas componentes: "Se [(sou aposentado) e (nunca faltei ao trabalho)], então [não sou aposentado]."

- Observe que inicialmente temos a conjunção $p \wedge q$, e como consequente temos $\sim p$. Portanto, é correto afirmar que a condicional em questão pode ser descrita por $(p \wedge q) \rightarrow \sim p$

- Gabarito: CERTO

3. Analisando o Significado de Proposições

- Dependendo do autor, algumas proposições (frases) não apresentam as formas clássicas tradicionais que utilizamos até aqui.

- Em situações como esta, devemos ter em mente que o conceito de proposição é usado para se referir ao significado das orações. Isso quer dizer que a proposição não depende de ela foi escrita, mas sim que é o seu significado.
- Se frases escritas de modo diferente são proposições e têm o mesmo significado, então essas proposições são iguais. Por exemplo, as três frases abaixo podem ser classificadas como proposição p:

- p: "O livro está sobre a mesa."
- p: "O livro está em cima da mesa."
- p: "The book is on the table."

3. Analisando o Significado de Proposições

- Muitas vezes, algumas proposições podem ser relativamente longas, podendo gerar confusão na sua interpretação. Vejamos a questão a seguir:

(AFT/2013) Julgue o item subsequente, relacionado a lógica proposicional.

A sentença “O crescimento do mercado informal, com empregados sem carteira assinada, é uma consequência do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos” pode ser corretamente representada, como uma proposição composta, na forma $P \rightarrow Q$, em que P e Q sejam proposições simples convenientemente escolhidas.

3. Analisando o Significado de Proposições

- Muitas vezes, algumas proposições podem ser relativamente longas, podendo gerar confusão na sua interpretação. Vejamos a questão a seguir:

(AFT/2013) Julgue o item subsequente, relacionado a lógica proposicional.

A sentença “O crescimento do mercado informal, com empregados sem carteira assinada, é uma consequência do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos” pode ser corretamente representada, como uma proposição composta, na forma $P \rightarrow Q$, em que P e Q sejam proposições simples convenientemente escolhidas.

3. Analisando o Significado de Proposições

- Apesar da frase ser longa, estamos diante de uma única oração afirmativa. "Do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos" somente complementa "consequência"

- Podemos remover também a expressão "com empregados sem carteira assinada", que somente explica o "mercado informal".

- Poderíamos reescrever a frase como: **O crescimento do mercado informal é uma consequência do número excessivo de impostos**

- Não temos nenhum condicional na frase. Gabarito: ERRADO

4. Tabela Verdade

- A tabela-verdade é uma ferramenta utilizada para determinar todos os valores lógicos (V ou F) possíveis para uma proposição composta com base nos valores lógicos atribuídos às proposições simples responsáveis por formar proposição composta.
- Exemplo: queremos determinar os valores lógicos da proposição composta (formada pelas proposições simples p, q e r: ~ (p→~q) V (~r→q)
- O primeiro passo é listar todas as possibilidades que p, q e r. O número de linhas da tabela é 2^n (no caso 2^3=8):

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

4. Tabela Verdade

- Para construir uma tabela verdade, precisamos determinar as seguintes expressões:

- Para determinar $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$, precisamos obter $\sim(p \rightarrow \sim q)$ e $(\sim r \rightarrow q)$
- Para determinar $\sim(p \rightarrow \sim q)$, precisamos obter $(p \rightarrow \sim q)$
- Para determinar $(p \rightarrow \sim q)$, precisamos obter p e $\sim q$
- Para determinar $\sim q$, precisamos obter q
- Para determinar $(\sim r \rightarrow q)$, precisamos obter $\sim r$ e q
- Para determinar $\sim r$, precisamos obter r

4. Tabela Verdade

- Podemos montar uma tabela como da figura abaixo:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$

4. Tabela Verdade

- Em seguida começamos a colocar os valores da esquerda para direita:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

4. Tabela Verdade

- Preenchendo as negações:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F				
V	V	F	F	V				
V	F	V	V	F				
V	F	F	V	V				
F	V	V	F	F				
F	V	F	F	V				
F	F	V	V	F				
F	F	F	V	V				

4. Tabela Verdade

- Obtenção de (p→~q) por meio das colunas p e ~q. Observe que a condicional só será falsa quando p for verdadeiro e ~q for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F			
V	V	F	F	V	F			
V	F	V	V	F	V			
V	F	F	V	V	V			
F	V	V	F	F	V			
F	V	F	F	V	V			
F	F	V	V	F	V			
F	F	F	V	V	V			

4. Tabela Verdade

- E por fim preenchemos as demais colunas:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F