

Lógica

Introdução às Proposições

1. Introdução

1. Proposição lógica: Precisa ser uma oração declarativa que possui apenas 1 (apenas 1) dos valores lógicos possíveis: **VERDADEIRO** ou **FALSO**. Vejamos as características de uma proposição lógica:

1. A oração precisa ter sentido completo. Precisa ter um verbo.

2. A sentença precisa ser declarativa (afirmativa ou negativa). Orações exclamativas, interrogativas, imperativas e optativas não são proposições.

- "Que dia maravilho!" - Sentença exclamativa
- "Qual é o seu time?" - Sentença interrogativa
- "Feche a porta." - Sentença imperativa (indica uma ordem, um pedido ou um conselho)
- "Que você seja muito feliz." - Sentença optativa (exprime um desejo)

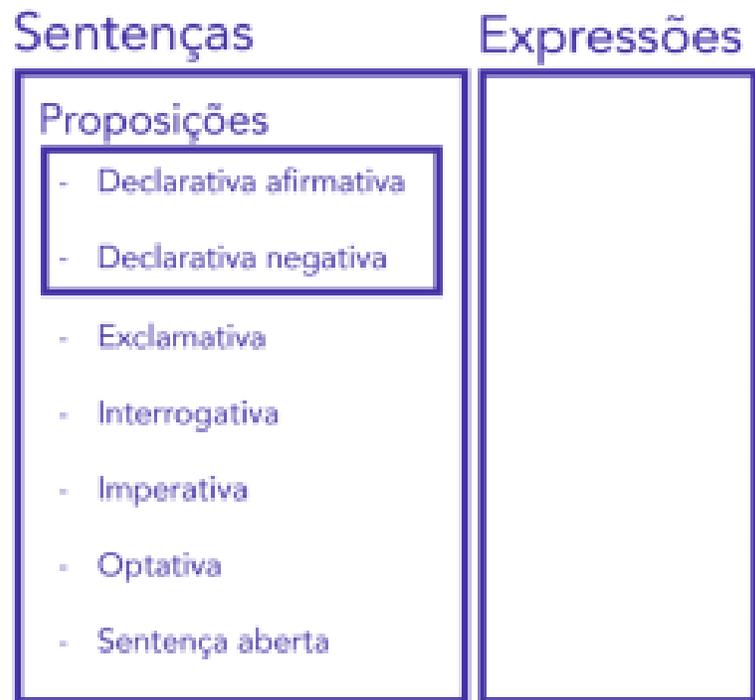
1. Introdução

3. Admite apenas um valor lógico: Não são proposições as sentenças abertas, nem os paradoxos, nem as frases muito subjetivas.

- " $x + 9 = 10$ " - Sentença aberta
- "Esta frase é uma mentira." - Paradoxo
- "O Palmeiras é o melhor time do Brasil." - Frase que exprime opinião

2. Diferenças entre Expressões, Sentenças e Proposições

- Uma sentença expressa um pensamento com **sentido completo**. Já as expressões **não** consiste em um pensamento com sentido completo. Uma proposição (declarativa afirmativa ou negativa) é um **subtipo de sentença**.
- Alguns autores costumam utilizar a palavra expressão como sinônimo de sentença. Mas isto não é tão comum.



3. Lógica Bivalente e Leis do Pensamento

- A **Lógica Bivalente** (que são as **Lógicas Proposicional**, Clássica e Aristotélica) obedece três princípios conhecidos por **Leis do Pensamento**:

1. **Identidade**: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.

2. **Não Contradição**: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

3. **Terceiro Excluído**: Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Não existe um terceiro valor "talvez" por exemplo.

4. Proposição Lógica

- Uma **proposição lógica** é uma oração **declarativa** (afirmativa ou negativa) à qual pode ser atribuído apenas um valor lógico (V ou F). Por exemplo:

1. "O Corinthians está na fase de grupos da libertadores de 2025"

- Perceba que a frase acima é uma oração em que se declara algo sobre o Corinthians que admite um valor lógico (V ou F), ou seja, o time está ou não está na fase de grupos da Libertadores de 2025 (no caso a proposição é FALSA).
- Outros exemplos de proposições lógicas:

"O Palmeiras está na fase de grupos da Libertadores de 2025"

"A raiz quadrada de 4 é 2."

"Usain Bolt correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

"2 + 2 = 9." (Lê-se: "dois mais dois é igual a nove.")

4. Proposição Lógica

- **Uma proposição lógica deve ser uma oração** (precisa ter um verbo) e ter sentido completo. Mas cuidado, nem toda oração com verbo é uma proposição. As seguintes expressões não são proposições (não possuem verbo):

1. "Um grande livro de banco de dados."
2. "hora do almoço."
3. "computador."

4. Proposição Lógica

- Uma proposição lógica **deve ser uma sentença declarativa** (negativa ou afirmativa). São exemplo de proposições:

1. "Jandaia é a capital do Paraná." - Sentença declarativa afirmativa
2. "Paulo não é Corinthiano." - Sentença declarativa negativa

As seguintes sentenças não são proposições por não serem declarativas:

1. "Que jogo emocionante!" - Sentença exclamativa
2. "Você estudou para prova" - Sentença interrogativa
3. "Saia da sala." - Sentença imperativa (indica uma ordem, um pedido ou um conselho)
4. "Que você vá bem na prova." - Sentença optativa (exprime um desejo)

4. Proposição Lógica

- Uma proposição deve admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos possíveis (V ou F). Não existe opção ambos ou talvez.
- Observe a proposição: "Curitiba é a capital de São Paulo". Sabemos que esta informação não é verdadeira, mas isso não invalida o fato da sentença ser uma proposição. Não é necessário saber se a sentença está correta ou não para saber se é uma proposição.
- Por exemplo: "Na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas."
- Não sabemos se essa informação está correta, mas a sentença é uma oração (possui verbo), é declarativa (está declarando algo) e pode-se atribuir apenas um valor (ou a oração é verdadeira ou é falsa).

5. Casos em que não é Proposição Lógica

- **Sentenças abertas** são aquelas nas quais não se pode determinar a entidade a que ela se refere, não sendo possível determinar se elas admitem um único valor lógico V ou F.
- Em resumo, **sentenças abertas não são proposições** porque o valor lógico que poderia ser atribuído à sentença depende da determinação da variável.
- Exemplo: " $x + 12 = 14$ "
- Perceba que, na sentença acima, não sabemos o valor de x . Para classificá-la como verdadeira ou falsa, precisaríamos determinar a variável.
- Sentenças abertas também podem ser escritas como uma frase. Exemplo: "Ele ministra aula de banco de dados na UFPR."
- Perceba que o pronome "ele" funciona como uma variável. Para poder atribuir valor de verdadeiro ou falso, precisa determinar a variável. No exemplo, "Paulo ministra aula de banco de dados na UFPR." Agora transformamos em uma proposição.

5. Casos em que não é Proposição Lógica

- É possível transformar uma sentença aberta em uma proposição por meio do uso de elementos conhecidos como **quantificadores**.
- Podemos citar como quantificadores elementos como **"todo", "algum", "nenhum", "pelo menos um", "existe" e suas variantes**.
- Exemplo: "Alguém ministra aula de banco de dados na UFPR." Observe que a frase é passível de valoração V ou F.

5. Casos em que não é Proposição Lógica

- É possível utilizar símbolos para os quantificadores:

a) \exists : "existe"; "algum".

b) $\exists!$: "existe um único".

c) \nexists : "não existe"; "nenhum".

d) \forall : "qualquer que seja"; "para todo"; "todo".

O exemplo abaixo é uma proposição que deve ser lida como "existe um x pertencente ao conjunto dos números naturais tal que $x + 9 = 10$ ". O valor lógico é verdadeiro, pois para $x = 1$ a igualdade se confirma. " $\exists x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10$ " - verdadeiro

O próximo exemplo também é uma proposição e deve ser lida como "para todo x pertencente ao conjunto dos números naturais, $x + 9 = 10$ ". " $\forall x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10$ ". Esta proposição é falsa, pois apenas o número natural 1 torna a equação verdadeira, e não todo número natural.

5. Casos em que não é Proposição Lógica

- Outro tipos de frase que não são proposições são as **frases paradoxais**, isso porque não pode ser atribuído um único valor lógico a elas.
- Exemplo: "Esta frase é uma mentira." Perceba que se a frase acima for julgada como verdadeira, então, seguindo o que a frase explica, é verdadeiro que a frase é falsa. Nesse caso, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- Por outro lado, se a frase acima for julgada como falsa, então, segundo o que a frase explica, é falso que a frase é falsa e, conseqüentemente, a frase é verdadeira. Novamente, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

5. Casos em que não é Proposição Lógica

- As frases que descrevem uma opinião, também não é consideradas umas proposição. Este tipo de frase apresentam alta carga de subjetividade, e não admitem um único valor lógico (V ou F) e, portanto, não se trata de uma proposição. Por exemplo:

1. "Paulo é gente boa."
2. "Paulo é mais esperto que o Batman."
3. "O Palmeiras é melhor que o Flamengo"

6. Diferenças entre Sentenças, Expressões e Proposição

- Agora que já entendemos bem como identificar uma proposição, vamos entender as definições de **sentença** e de **expressão**.
- Uma sentença é a exteriorização de um pensamento com **sentido completo**. Uma sentença pode ser:
 1. Declarativa afirmativa;
 2. Declarativa negativa;
 3. Exclamativa;
 4. Interrogativa;
 5. Imperativa (indica uma ordem ou um pedido);
 6. Optativa (exprime um desejo);
 7. Sentença aberta.
- Lembrando que apenas as sentenças **declarativas** são proposições, e as demais sentenças não são.
- Já as expressões são aquelas frases que **não** exprimem um pensamento com **sentido completo**. Exemplos: "Dez minutos." ou "O carro do Paulo."

7. Lógica Bivalente e as Leis do Pensamento

- Os conceitos que vamos tratar na disciplina é relacionado com a **Lógica Proposicional**, também conhecida por **Lógica Clássica, Lógica Aristotélica ou Lógica Bivalente**.
- A lógica proposicional obedece três princípios, conhecidos também por **Leis do Pensamento**:
 1. Princípio da Identidade: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
 2. Princípio da Não Contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
 3. Princípio do Terceiro Excluído: Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Não existe um terceiro valor "talvez".